da cui, per la (è),

i -j- t^f = c^f cos co

, epperò

p^f = x' G' cos co -f- tx" , 5' = /<j'cosa> -|- J/', r' = ^' <?' cos co + ^" ;

epperò anche

' ' dx ' dy ' d£

Queste equazioni dimostrano il teorema, perché le quantità .x", y", ^" sono proporzionali ai coseni degli angoli che la normale principale della sviluppoide fa coi tre

. , , . . v dM dM dM . . • v • -i

assi, e le derivate parziali -3 — , -3 — , -=r^- sono parimenti proporzionali ai coseni de-

gli angoli che la normale alla superficie conica, e quindi alla superficie luogo delle sviluppoidi, fa cogli assi medesimi.

S'immagini la superficie luogo delle sviluppoidi ed uno dei coni retti che hanno il vertice in un punto della traiettoria e che sono circoscritti alla prima superficie. Queste due superficie si toccano lungo una linea, la quale ha le tangenti conjugate colie generataci della superficie conica; ma ciascuna di queste generatrici tocca una sviluppoide in un punto di quella curva di contatto : dunque *le sviluppoidi e queste curve di contatto sono linee a tangenti conjugate.*

Potendosi considerare la superficie luogo geometrico delle sviluppoidi come l'inviluppo di tutti i coni rappresentati dalla (e) , equazione nella quale le derivate possono ritenersi prese rispetto alla *u,* o chiaro che l'equazione di quella superficie risulterà dall'eliminazione di *u* fra la (e) e la derivata della *(e)* stessa rispetto alla sola u_9 variabile di cui sono funzioni le *p, q, r,* G e, in generale, anche co. Questa derivata, opportunamente combinata colla (e), fornisce quest'altra equazione, che si può sostituire in sua vece

[fi | ^p . , ^à²q , , d'r ,

0> -*) j^r + (? -y>d?+ O- - ^ + seir

d . , , ci , r/r

Ora quest'ultima equazione rappresenta evidentemente un piano normale al piano osculatore della trajettoria ; d'altronde essa appartiene alla linea di contatto del cono colla superficie luogo delle sviluppoidi, dunque questa linea di contatto o piana, epperò è una curva del second'ordine, poiché giace nella superficie del cono retto. Quando co è costante, il piano della linea di contatto diventa parallelo alla tangente delia trajet-toria, ossia all'asse del cono, dunque in questo caso la linea di contatto è sempre un'iperbole.

Tutte quelle superficie che si possono considerare come inviluppi di coni retti